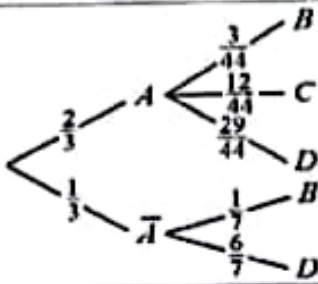
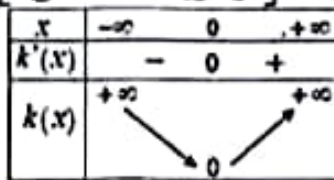


| العلامة                    |                  | عناصر الإجابة ( الموضوع الأول )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
|----------------------------|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---|---|---|--------------|------------------|-------------------|------------------|
| العلامة                    | مجزأة            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
| التمرين الأول ( 04 نقاط )  |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
| 0,75                       | 0,75             | <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;">شجرة الاحتمالات:</div> </div>                                                                                                                                                                                                                                                          |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
| 2                          | 0,25 × 4         | $P(B \cup C) = \frac{127}{462}$ , $P(D) = \frac{335}{462}$ , $P(C) = \frac{2}{11}$ , $P(B) = \frac{43}{462}$ (أ)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
|                            | 0,5              | $P(A \cap \bar{B}) = \frac{2}{3} \times \frac{12}{44} + \frac{2}{3} \times \frac{29}{44} = \frac{41}{66}$ (ب)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
|                            | 0,5              | $P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{287}{419}$ (ج)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
| 1,25                       | 0,25 × 5         | <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>P(X = x_i)</math></td> <td><math>\frac{43}{462}</math></td> <td><math>\frac{335}{462}</math></td> <td><math>\frac{84}{462}</math></td> </tr> </table> <div style="display: inline-block; vertical-align: top;"> <math>x_i \in \{1; 2; 3\}</math><br/> <math>E(X) = \frac{965}{462}</math> </div> | $x_i$            | 1 | 2 | 3 | $P(X = x_i)$ | $\frac{43}{462}$ | $\frac{335}{462}$ | $\frac{84}{462}$ |
| $x_i$                      | 1                | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 3                |   |   |   |              |                  |                   |                  |
| $P(X = x_i)$               | $\frac{43}{462}$ | $\frac{335}{462}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $\frac{84}{462}$ |   |   |   |              |                  |                   |                  |
| التمرين الثاني ( 04 نقاط ) |                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
| 1                          | 0,25 × 4         | $S = \{-i; i; 3-2i; 3+2i\}$ (1)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
| 2,25                       | 0,25 × 2         | $z_A - z_C = 2\sqrt{2} \left( \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$ (أ)<br>$z_B - z_C = 3\sqrt{2} \left( \cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4} \right)$ (2)                                                                                                                                                                                                                                                        |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
|                            | 0,25 × 3         | (ب) $\arg(L) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ , $ L  = \frac{2}{3}$ , المثلث ABC قائم في C                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
|                            | 0,25 × 2         | (ج) النقط A , B , C تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها O منتصف [AB] لاحقة $\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$ ونصف قطرها $\frac{\sqrt{26}}{2}$<br>بما أن: $AO = \frac{\sqrt{26}}{2}$ فإن O تنتمي إلى الدائرة (C)                                                                                                                                                                                                                                                    |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
|                            | 0,25<br>0,25     | $S_n =  L ^1 + \dots +  L ^n =  L ^0 +  L ^1 + \dots +  L ^n - 1 = 2 \left( 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right)$ (د)<br>$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |
| 0,75                       | 0,25             | <p>لدينا: <math>\sin(2\theta) = 2\sin\theta \cdot \cos\theta</math> و <math>\cos(2\theta) = 2\cos^2\theta - 1</math></p> <p>ومنه: <math>z_0 = 2\cos\theta(\cos\theta - i \sin\theta)</math> (3)</p>                                                                                                                                                                                                                                                         |                  |   |   |   |              |                  |                   |                  |

|                            |                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|-----------|-----------|----------|--------------------|----------|--------------------|--------------|---|---|---|---|---|------|
|                            | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                     | لما: $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ فإن $ z_0  = 2 \cos \theta$ و $\arg(z_0) = -\theta + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
|                            | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                     | لما: $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فإن $ z_0  = -2 \cos \theta$ و $\arg(z_0) = \pi - \theta + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$                                                                                                                                                                                                                                                                                 |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| التمرين الثالث ( 05 نقاط ) |                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| 1,25                       | 0,5 + 0,25                                                                                                                                                                                                                                               | (أ) تبين أن: $y \equiv 2[13]$ ومنه: $k \in \mathbb{Z}$ : $\begin{cases} x = 2k + 3 \\ y = 13k + 2 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                           |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
|                            | 0,5                                                                                                                                                                                                                                                      | (ب) $PGCD(x; y) = 35$ يعني $35$ يقسم $x$ و $35$ يقسم $y$<br>ومنه: $k = 35k' - 19$ وعليه: $k' \in \mathbb{Z}$ : $\begin{cases} x = 70k' + 35 \\ y = 455k' + 210 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                              |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| 1,5                        | 0,75                                                                                                                                                                                                                                                     | (أ) <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td><math>n =</math></td> <td><math>5k</math></td> <td><math>5k + 1</math></td> <td><math>5k + 2</math></td> <td><math>5k + 3</math></td> <td><math>5k + 4</math></td> <td><math>k \in \mathbb{N}</math></td> </tr> <tr> <td><math>5^n \equiv</math></td> <td>1</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>[11]</td> </tr> </table> | $n =$    | $5k$      | $5k + 1$  | $5k + 2$ | $5k + 3$           | $5k + 4$ | $k \in \mathbb{N}$ | $5^n \equiv$ | 1 | 5 | 3 | 4 | 9 | [11] |
|                            | $n =$                                                                                                                                                                                                                                                    | $5k$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $5k + 1$ | $5k + 2$  | $5k + 3$  | $5k + 4$ | $k \in \mathbb{N}$ |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| $5^n \equiv$               | 1                                                                                                                                                                                                                                                        | 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 3        | 4         | 9         | [11]     |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| 0,25<br>0,25 × 2           | (ب) $1446 \equiv 5[11]$ ، $1446^{x+y} \equiv 5^{5(3k+1)}[11]$ و $k \in \mathbb{N}$<br>$6n^2 + 1446^{x+y} \equiv 0[11]$ يكافئ $6n^2 + 1 \equiv 0[11]$ أي: $n^2 \equiv 9[11]$<br>ومنه: $n = 11\gamma + 3$ أو $n = 11\gamma + 8$ مع $\gamma \in \mathbb{N}$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| 1,25                       | 0,5<br>0,25 × 3                                                                                                                                                                                                                                          | (3) لدينا: $\begin{cases} \lambda = 20\beta + 320\alpha + 1025 \\ \lambda = 216\alpha + 36\beta + 1305 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 13\alpha - 2\beta = 35 \\ 0 \leq \alpha < 4; 0 \leq \beta < 4 \end{cases}$<br>نستنتج أن: $(\alpha; \beta) = (3; 2)$ و $\lambda = 2025$                                                                                                                          |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| 1                          | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                     | $2025 = 3^4 \times 5^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
|                            | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                     | $d^4 [7(a'b')^2 - 3] = 2025$ تكافئ $7(ab)^2 - 3d^4 = 2025$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
|                            | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                     | مع $PGCD(a'; b') = 1$ ومنه: $d \in \{1; 3\}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
|                            | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                     | لما $d = 1$ : ينتج $7(a'b')^2 = 2028$ ، ليس للمعادلة حل طبيعي.<br>لما $d = 3$ : ينتج $a'b' = 2$ ومنه: $(a; b) \in \{(3; 6), (6; 3)\}$                                                                                                                                                                                                                                                                    |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| التمرين الرابع ( 07 نقاط ) |                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| 1                          | 0,25 × 2                                                                                                                                                                                                                                                 | (I) من أجل كل عدد حقيقي $X$ ، $g'(X) = (1 + X)e^X$ ، إشارة $g'(X)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
|                            | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                     | (1) الدالة $g$ متناقصة تماما على $]-\infty; -1]$ و متزايدة تماما على $[-1; +\infty[$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
|                            | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                     | $g(-1) = 1 - e^{-1}$ ونستنتج أنه: من أجل كل عدد حقيقي $X$ ، $1 + Xe^X > 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| 0,75                       | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                     | (أ) إشارة $h(X)$ : <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td>0</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>h(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table>                                                                                                   | $x$      | $-\infty$ | $\alpha$  | 0        | $+\infty$          | $h(x)$   | +                  | 0            | - | + |   |   |   |      |
|                            | $x$                                                                                                                                                                                                                                                      | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $\alpha$ | 0         | $+\infty$ |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| $h(x)$                     | +                                                                                                                                                                                                                                                        | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | -        | +         |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |
| 0,25 × 2                   | (ب) لدينا: $h(-0,6) \simeq 0,03$ و $h(-0,7) \simeq -0,02$<br>ومنه: $-0,7 < \alpha < -0,6$                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |           |           |          |                    |          |                    |              |   |   |   |   |   |      |

|      |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|------|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2    | 0,25 × 2 | أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، ثيبان أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (1)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | (11) |
|      | 0,25     | ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (2x+2)) = 0$ ، $(\Delta)$ مقارب مائل لـ $(c_f)$ عند $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|      | 0,25     | $(\Delta')$ مقارب مائل لـ $(c_f)$ عند $+\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|      | 0,5      | ج) لدينا: من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f(x) - (2x+2) = -\frac{2(x+1)e^x}{1+xe^x}$ ،<br>لنا $x = -1$ : $(\Delta)$ يقطع $(c_f)$ في $A(-1; 0)$<br>لنا $x < -1$ : $(c_f)$ أعلى $(\Delta)$ ولنا $x > -1$ : $(c_f)$ أسفل $(\Delta)$<br>ولدينا: من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f(x) - 2x = \frac{2-2e^x}{1+xe^x}$ ،<br>لنا $x = 0$ : $(\Delta')$ يقطع $(c_f)$ في $O(0; 0)$<br>لنا $x < 0$ : $(c_f)$ أعلى $(\Delta')$ ولنا $x > 0$ : $(c_f)$ أسفل $(\Delta')$ |      |
| 1,25 | 0,5      | أ) من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = \frac{2h(x)}{(1+xe^x)^2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | (2)  |
|      | 0,5      | ب) الدالة $f$ متناقصة تماما على $[\alpha; 0]$ ومتزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; \alpha]$ و $[0; +\infty[$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|      | 0,25     | جدول التغيرات:<br>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
| 1    | 0,25 × 2 | رسم $(\Delta)$ ، $(\Delta')$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | (3)  |
|      | 0,5      | رسم $(c_f)$<br>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
| 0,5  | 0,25     | أ) من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $1 - \frac{1-e^x}{1+xe^x} = \frac{(x+1)e^x}{1+xe^x}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | (4)  |
|      | 0,25     | ب) $\mathcal{A} = \int_0^1 \frac{2(x+1)e^x}{1+xe^x} dx = 8 \ln(e+1) \text{ cm}^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
| 0,5  | 0,25     | $k'(x) = 2x f'(x^2)$<br>الدالة $k$ متناقصة تماما على $]-\infty; 0]$ ومتزايدة تماما على $[0; +\infty[$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | (5)  |
|      |          | جدول التغيرات:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |
|      | 0,25     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.



| العلامة                    |                 | عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني )                                                                                                                                                     |
|----------------------------|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| العلامة                    | مجزأة           |                                                                                                                                                                                      |
| التمرين الأول ( 04 نقاط )  |                 |                                                                                                                                                                                      |
| 1                          | 0,5<br>0,25×2   | (1) (أ) من أجل كل $x$ من $[-1; -\frac{1}{2}]$ ، $f'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 1}{(x^2 + 1)^2}$ ، إشارة $f'(x)$ ، الدالة $f$ متزايدة تماما على $[-1; -\frac{1}{2}]$                      |
| 1,25                       | 0,5+0,25        | (أ) البرهان بالتراجع.                                                                                                                                                                |
|                            | 0,5             | (ب) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2(u_n + 1)}{u_n^2 + 1}$ ، $(u_n)$ متناقصة تماما.                                                                           |
| 1                          | 0,5             | (أ) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} + 1 = \frac{u_n + 1}{u_n^2 + 1}$ ، ولدينا: $\frac{1}{2} < \frac{1}{u_n^2 + 1} \leq \frac{4}{5}$ ومنه: $u_{n+1} + 1 \leq \frac{4}{5}(u_n + 1)$ |
|                            | 0,25<br>0,25    | (ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $0 < u_n + 1 \leq \frac{1}{2}(\frac{4}{5})^n$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$                                                    |
| 0,75                       | 0,25+0,5        | (4) ثبوت أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = -\infty$ ، $S_n \leq -2(\frac{4}{5})^n - n + \frac{3}{2}$                                                                           |
| التمرين الثاني ( 04 نقاط ) |                 |                                                                                                                                                                                      |
| 0,75                       | 0,25×3          | (1) $S = \{-2 - i; 2 - i; 2 + i\}$                                                                                                                                                   |
| 2,5                        | 0,5+0,25<br>0,5 | (أ) $L = 2(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ ، $L = 2i$ المثلث $ABC$ قائم في $A$                                                                                           |
|                            | 0,25<br>0,5     | (ب) $ z_A  =  z_B  =  z_C  = \sqrt{5}$ ومنه: النقط $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى الدائرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها $\sqrt{5}$                                                           |
|                            | 0,25×2          | (ج) $\frac{z_B + z_D}{2} = z_A$ تكافئ $z_D = 2 - 3i$ ، $\frac{z_C + z_E}{2} = z_A$ تكافئ $z_E = 6 - i$                                                                               |

|                            |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|----------------------------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|---|-----------|---------|--|---|--------|-----------|-----------|--|
| 0,75                       | 0,25      | لدينا: $\sin(2\theta) = 2\sin\theta \cdot \cos\theta$ و $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2\theta$<br>ومنه: $z_0 = 2\sin\theta(\sin\theta + i\cos\theta)$<br>$z_0 = 2\sin\theta\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)$<br>من أجل $\arg(z_0) = \frac{3\pi}{2} - \theta + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $ z_0  = -2\sin\theta : -\frac{\pi}{2} < \theta < 0$<br>من أجل $\arg(z_0) = \frac{\pi}{2} - \theta + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ و $ z_0  = 2\sin\theta : 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ | (3)  |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
| التمرين الثالث ( 05 نقاط ) |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
| 1,5                        | 0,25×3    | (أ) $PGCD(116; 81) = 1$ ومنه: $81 = 3^4$ ، $116 = 2^2 \times 29$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | (1)  |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,25×3    | (ب) $(x; y) = (81k + 7; 116k + 10); k \in \mathbb{Z}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,25      | (أ) $7^2 \equiv 4[9]$ ، $7^1 \equiv 7[9]$ ، $7^0 \equiv 1[9]$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,75      | من أجل كل عدد طبيعي $k$ : $7^{3k+2} \equiv 4[9]$ ، $7^{3k+1} \equiv 7[9]$ ، $7^{3k} \equiv 1[9]$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
| 2,5                        | 0,25×3    | (ب) من أجل $n = 3k$ : $7^{2n+1} \equiv 7[9]$<br>من أجل $n = 3k+1$ : $7^{2n+1} \equiv 1[9]$<br>من أجل $n = 3k+2$ : $7^{2n+1} \equiv 4[9]$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | (2)  |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,25      | (ج) $x^y \equiv 4[9]$ تكافئ $k = 3k' + 2; k' \in \mathbb{N}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,25×2    | ومنه: $(x; y) = (243k + 169; 348k + 242); k \in \mathbb{N}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
| 1                          | 0,25×2    | (أ) إذا كان $d$ قاسما للعدين $a$ ، $b$ فإن $d$ يقسم $5a - 7b$ و $3b - 2a$<br>وبالتالي $d$ يقسم العددين $\alpha$ ، $\beta$ ومنه: $a$ ، $b$ أوليان فيما بينهما.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | (3)  |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,25×2    | (ب) $\beta = 5a - 7b = 13$ ، $\alpha = 3b - 2a = 11$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
| التمرين الرابع ( 07 نقاط ) |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
| 1,25                       | 0,25      | (أ) $g$ سالبة تماما على $]0; +\infty[$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | (I)  |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,5       | $h(\alpha) = 0$ ، $h$ موجبة تماما على $]0; \alpha[$ وسالبة تماما على $]\alpha; +\infty[$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,25×2    | $h(1,7) \simeq 0,18$ و $h(1,8) \simeq -0,15$ ومنه: $1,7 < \alpha < 1,8$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,25×2    | (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | (II) |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
| 1,5                        | 0,5       | (ب) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | (1)  |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,25      | (ج) الدالة $f$ متناقصة تماما على $]0; +\infty[$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            | 0,25      | جدول التغيرات:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
|                            |           | <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table>                                                                                                                                                                                                                                                                   | $x$  | 0 | $+\infty$ | $f'(x)$ |  | - | $f(x)$ | $+\infty$ | $-\infty$ |  |
| $x$                        | 0         | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
| $f'(x)$                    |           | -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |
| $f(x)$                     | $+\infty$ | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |   |           |         |  |   |        |           |           |  |

الإجابة النموذجية / مادة: الرياضيات / الصف: الثاني / 2023

|               |                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |   |           |               |  |   |              |           |           |  |
|---------------|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|---|-----------|---------------|--|---|--------------|-----------|-----------|--|
| 1             | 0,5<br>0,25×2         | $f'(x) = -1$ تكافئ $x=1$ أو $x=4$<br>$(T): y = -x+4-8\ln 2+8(\ln 2)^2$ ، $(T'): y = -x+1$                                                                                                                                                                                       | (2) |   |           |               |  |   |              |           |           |  |
| 0,5           | 0,25<br>0,25          | أ) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ ، $f''(x) = \frac{h(x)}{x^2}$<br>ب) $f'''$ تنعدم وتغير إشارتها عند $\alpha$ و $B(\alpha; f(\alpha))$ نقطة انعطاف                                                                                                                             | (3) |   |           |               |  |   |              |           |           |  |
| 1,25          | 0,25<br>0,25×2<br>0,5 | $f(e^2) = 8 - 2e^2$<br>رسم $(T)$ ، $(T')$<br>رسم $(C_f)$                                                                                                                                                                                                                        | (4) |   |           |               |  |   |              |           |           |  |
|               | 0,25<br>0,5<br>0,25   | أ) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ ، $k'(x) = (\ln x)^2$<br>ب) $\int_1^e x \ln x dx = \left[ \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} \right]_1^e = \frac{e^2+1}{4}$<br>ج) $\mathcal{A} = \int_1^e f(x) dx = \frac{e^2+1}{4} - 2(k(e) - k(1)) = \frac{e^2 - 8e + 17}{4} \text{ u.a}$ | (5) |   |           |               |  |   |              |           |           |  |
| 0,5           | 0,25<br>0,25          | من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ ، $\varphi'(x) = -\frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right)$<br>الدالة $\varphi$ متزايدة تماما على $]0; +\infty[$<br>جدول التغيرات:                                                                                                               | (6) |   |           |               |  |   |              |           |           |  |
|               |                       | <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td><math>\varphi'(x)</math></td><td></td><td>+</td></tr> <tr> <td><math>\varphi(x)</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> </table>        | $x$ | 0 | $+\infty$ | $\varphi'(x)$ |  | + | $\varphi(x)$ | $-\infty$ | $+\infty$ |  |
| $x$           | 0                     | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                       |     |   |           |               |  |   |              |           |           |  |
| $\varphi'(x)$ |                       | +                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |   |           |               |  |   |              |           |           |  |
| $\varphi(x)$  | $-\infty$             | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                       |     |   |           |               |  |   |              |           |           |  |

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التقطيد.