الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 12 كرية منها: 3 كريات حمراء ، 4 كريات بيضاء و 5 كريات خضراء

ويحتوي صندوق U_2 على 7 كريات منها: 4 كريات حمراء و 3 كريات بيضاء.

(جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس).

نرمي نردا غير مزيف ذا 6 أوجه مرقّمة بـ: 1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2

- إذا ظهر الرّقم 1 ، نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد من U_1

- وإذا ظهر الرّقم 2 ، نسحب عشوائيا 3 كريات على التّوالي من U_2 دون إرجاع.

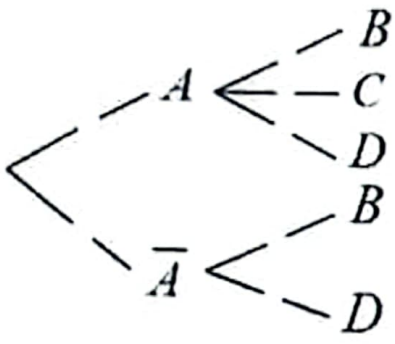
نعتبر الحوادث:

A : « ظهور الرّقم 1 »

B : « الحصول على 3 كريات من نفس اللّون »

C : « الحصول على 3 كريات مختلفة الألوان مثنى مثنى »

D : « الحصول على كريتين بالضّبط من نفس اللّون »



1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) أ) احسب $P(B)$ ، $P(C)$ ، $P(D)$ ، $P(B\cup C)$ احتمالات الحوادث B ، C ، D ، $B\cup C$ على التّرتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(A\cap\overline{B})=\frac{41}{66}$

ج) احسب $P_{\overline{B}}(A)$ احتمال سحب 3 كريات من U_1 علما أنّها ليست من نفس اللّون.

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لـ 3 كريات كما سبق، عدد الألوان التي تحملها الكريات المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ احسب أمله الرّياضياتي.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$(z^2+1)(z^2-6z+13)=0$$

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

A ، B ، C نقط من المستوي لاحقاتها على التّرتيب z_A ، z_B ، z_C حيث:

$z_A=2-3i$ ، $z_B=iz_A$ ، $z_C=-i$ و L عدد مركّب حيث: $L=\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$

أ) اكتب كلاّ من العددين z_A-z_C ، z_B-z_C على الشكل المثلّثي.

ب) عيّن الطّويلة وعمدة للعدد المركّب L ثمّ حدّد طبيعة المثلّث ABC

جـ) بيّن أنّ النّقط O ، A ، B و C تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

د) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع: $S_n=|L|+|L|^2+\cdots+|L|^n$

- احسب بدلالة n المجموع S_n ثمّ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

3) z_θ عدد مركّب حيث: $z_\theta=1+\cos(2\theta)-i\sin(2\theta)$ و θ عدد حقيقي يختلف عن $\frac{\pi}{2}$ مع $0<\theta<\pi$

- بيّن أنّ $z_\theta=2\cos\theta(\cos\theta-i\sin\theta)$ ثمّ استنتج حسب قيم θ الطّويلة وعمدة للعدد z_θ

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة: $(E)\cdots 13x-2y=35$ ذات المجهولين الصّحيحين x و y

أ) بيّن أنّه إذا كانت الثّنائية $(x;y)$ حلاّ للمعادلة (E) فإنّ $y\equiv 2\ [13]$ ثمّ حلّ المعادلة (E)

ب) جد كلّ الثّنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $PGCD(x;y)=35$

2) أ) ادرس حسب قيم العدد الطّبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 11

ب) عيّن قيم العدد الطّبيعي n التي من أجلها يكون العدد $6n^2+1446^{x+y}$ قابلا للقسمة على 11 والثّنائية $(x;y)$ حلّ للمعادلة (E)

3) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta\beta 1}$ في نظام التّعداد ذي الأساس 4

ويكتب $\overline{1\alpha\beta 13}$ في نظام التّعداد ذي الأساس 6

- عيّن α و β ثمّ اكتب λ في النّظام العشري.

4) a ، b عددان طبيعيان و d قاسمهما المشترك الأكبر.

- حلّل العدد 2025 إلى جُداء عوامل أوّلية ثمّ عيّن كلّ الثّنائيات $(a;b)$ حيث: $7(ab)^2-3d^4=2025$

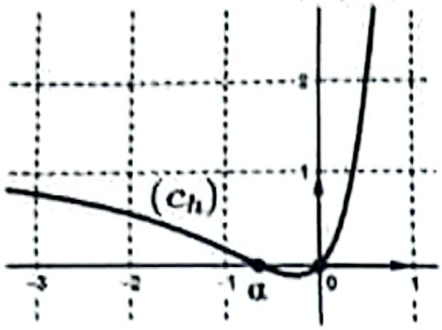
التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) 1) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+xe^x$

- ادرس اتّجاه تغيّر الدالة g ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $1+xe^x>0$

2) h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(x^2+1)e^{2x}+(x-2)e^x+1$

تمثيلها البياني (C_h) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و 0 ، كما في الشّكل المقابل.



أ) بقراءة بيانيّة، حدّد إشارة $h(x)$ على $\mathbb{R}$

ب) تحقّق أنّ: $-0,7<\alpha<-0,6$

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+\dfrac{2-2e^x}{1+xe^x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\,cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

وأنّ المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

جـ) ادرس وضعيّة كلّ من (Δ) و (Δ') بالنّسبة إلى (C_f)

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{2h(x)}{(1+xe^x)^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) ارسم كلّا من (Δ) ، (Δ') و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq0,15$)

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $1-\dfrac{1-e^x}{1+xe^x}=\dfrac{(x+1)e^x}{1+xe^x}$

ب) استنتج بالسّنتيمتر المربّع حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات الّتي معادلاتها: $y=2x+2$ ، $x=0$ و $x=1$

5) k الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x)=f(x^2)$

- دون حساب عبارة $k(x)$ ، حدّد اتّجاه تغيّر الدالة k ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

الموضوع الثّاني

يحتوي الموضوع على صفحتين (02) (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) f الدّالة المعرّفة على $\left[-1\,;-\frac{1}{2}\right]$ بـ: $f(x)=\frac{-x^2+x}{x^2+1}$

- بيّن أنّ الدّالة f متزايدة تماما.

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=-\frac{1}{2}$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $-1<u_n\leq-\frac{1}{2}$

ب) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}+1\leq\frac{4}{5}(u_n+1)$

ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0<u_n+1\leq\frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^n$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

- بيّن أنّ: $S_n\leq-2\left(\frac{4}{5}\right)^n-n+\frac{3}{2}$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz-1+2i)(z^2-4z+5)=0$

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C نقط من المستوي لاحقاتها على التّرتيب z_A ، z_B ، z_C حيث: $z_A=2-i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2-i$

و L عدد مركّب حيث: $L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

أ) اكتب العدد L على الشّكل المثلّثي ثمّ حدّد طبيعة المثلّث ABC

ب) بيّن أنّ النّقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ) عيّن z_D ، z_E لاحقتي النّقطتين D ، E على التّرتيب حتّى يكون الرّباعي $BCDE$ معيّنا مركزه A

3) z_θ عدد مركّب حيث: $z_\theta=1-\cos(2\theta)+i\sin(2\theta)$ و θ عدد حقيقي غير معدوم مع $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$

- بيّن أنّ $z_\theta=2\sin\theta(\sin\theta+i\cos\theta)$ ثمّ استنتج حسب قيم θ الطّويلة وعمدة للعدد z_θ

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة: $(E)\cdots 116x-81y=2$ ذات المجهولين الصّحيحين x و y

أ) بيّن أنّ العددين 116 و 81 أوّليّان فيما بينهما.

ب) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثّنائية $(10\,;7)$ حلّ لها.

2) أ) ادرس حسب قيم العدد الطّبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9

ب) استنتج حسب قيم العدد الطّبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^{2n+1} على 9

جـ) عيّن الثّنائيات الطّبيعية $(x\,;y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقّق: $x^y \equiv 4\,[9]$

3) α ، β عددان طبيعيان أوّليّان فيما بينهما و a ، b عددان حيث: $a=7\alpha+3\beta$ و $b=5\alpha+2\beta$

أ) بيّن أنّ العددين a ، b أوّليّان فيما بينهما.

ب) عيّن العددين α ، β حتى يكون: $a=116$ و $b=81$

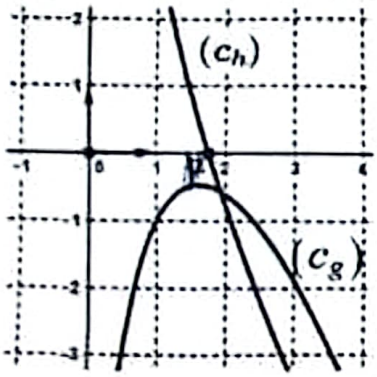
التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g ، h الدّالتان المعرّفتان على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-x+(4-x)\ln x$ و $h(x)=4-x-4\ln x$

(c_g) ، (c_h) التّمثيلان البيانيّان للدّالتين g ، h على التّرتيب.

(c_h) يقطع حامل محور الفواصل في النّقطة ذات الفاصلة α

كما في الشّكل المقابل.



- بقراءة بيانيّة، حدّد إشارة كلّ من $g(x)$ و $h(x)$

ثمّ تحقّق أنّ: $1,7<\alpha<1,8$

II) f الدّالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(-x+2\ln x)\ln x$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$

جـ) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ للمنحنى (c_f) مماسين (T) و (T') معاملا توجيه كلّ منهما -1 ، يُطلب تعيين معادلة لكلّ منهما.

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f''(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$

ب) استنتج أنّ للمنحنى (c_f) نقطة انعطاف، يطلب تعيين فاصلتها.

4) احسب $f(e^2)$ ثمّ ارسم (T) ، (T') و (c_f) (ناخذ: $f(\alpha)\simeq -0,35$ ، $(4-8\ln 2+8(\ln 2)^2\simeq 2,3$

5) أ) بيّن أنّ الدّالة $k: x\mapsto x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$ أصلية للدّالة $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$

ب) باستعمال المكاملة بالتّجزئة، بيّن أنّ: $\int_1^e x\ln x\,dx=\dfrac{e^2+1}{4}$

جـ) استنتج بوحدة المساحة، حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=e$

6) φ الدّالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $\varphi(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

- دون حساب عبارة $\varphi(x)$ ، حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة φ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

انتهى الموضوع الثّاني