الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كرتات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس منها: كرتتان خضراوان مرقّمتان بـ: 1 ، 2 وثلاث كرتات بيضاء مرقّمة بـ: 1 ، 1 ، 2 وخمس كرتات حمراء مرقّمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3

I) نسحب عشوائيا من الصّندوق 3 كرتات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « الحصول على 3 كرتات مختلفة الألوان مثنى مثنى » ، B : « الحصول على 3 كرتات تحمل نفس الرّقم »

C : « الحصول على 3 كرتات مجموع أرقامها 6 »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على التّرتيب.

ب) احسب $P(A\cap B)$ ثمّ استنتج حساب $P(A\cup B)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لـ 3 كرتات بالكيفية السّابقة عدد ألوان الكرتات المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرّياضياتي.

II) نسحب عشوائيا من الصّندوق 3 كرتات على التّوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألّا يبقى في الصّندوق أيّة كرتة خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=e^2$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=2\sqrt{u_n}$

أ) احسب الحدّين u_1 ، u_2 ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $4<u_n\leq e^2$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln u_n-2\ln 2$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسيّة أساسها $\frac{1}{2}$ ثمّ اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$

ب) استنتج بدلالة n الجُداء p_n حيث: $p_n=u_0\times u_1\times\cdots\times u_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة: $(E)\cdots 7x-5y=9$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) عيّن الأعداد الصحيحة x التي تحقق: $7x\equiv 9\,[5]$ ثم حلّ المعادلة (E)

ب) نضع: $d=PGCD(x;y)$ حيث الثنائية $(x;y)$ تحقق المعادلة (E)

- عيّن القيم الممكنة للعدد d ثم جد كلّ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $d=9$

2) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العدد $1446^{2025}+5n+2$ قابلا للقسمة على 7

3) عيّن كلّ الثنائيات الطبيعية $(x;y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق: $3^{y-x}\equiv 5\,[7]$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-(x-1)^2e^{-x}$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$

ب) تحقق أنه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=(x-1)(x-3)e^{-x}$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+(x^2+1)e^{-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\,cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

2) أ) بيّن أنه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ)، يُطلب تعيين معادلة له.

ب) تحقق أنّ للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف، يُطلب تعيين إحداثييهما.

4) احسب $f(-1)$ ثم ارسم كلّا من (Δ) ، (T) و (C_f)

5) أ) عيّن العددين الحقيقيين a ، b حتى تكون الدالة $h:x\mapsto(-x^2+ax+b)e^{-x}$

أصلية للدالة $k:x\mapsto(x^2+1)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x$ ، $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأوّل

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 12 كرية منها: 3 كريات خضراء و 4 كريات بيضاء و 5 كريات حمراء.

كلّ الكريات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس.

I) نسحب عشوائيا من الصّندوق 4 كريات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « الحصول على 3 كريات بالضّبط من نفس اللّون » ، B : « لا نحصل على أيّة كريّة بيضاء »

C : « الحصول على كريّة واحدة بيضاء على الأقل »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على التّرتيب.

ب) احسب $P(A\cap B)$ ثمّ استنتج حساب $P(A\cup B)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لـ 4 كريات بالكيفية السّابقة عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرّياضياتي.

II) نسحب عشوائيا من الصّندوق 4 كريات على التّوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألّا يبقى في الصّندوق أيّة كريّة خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{3+5u_n}{3+u_n}$

أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=5-\dfrac{12}{3+u_n}$

ب) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0\le u_n<3$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{-3+u_n}{1+u_n}$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسيّة أساسها $\dfrac{1}{3}$ ثمّ اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $\dfrac{4}{1+u_n}=1-v_n$

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع S_n حيث: $S_n=\dfrac{4}{1+u_0}+\dfrac{4}{1+u_1}+\cdots+\dfrac{4}{1+u_n}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) a و b العددان الطّبيعيان المكتوبان في نظام التّعداد ذي الأساس 7 كما يلي: $a=\overline{4134}$ و $b=\overline{4630}$

- اكتب كلّا من a و b في النّظام العشري.

2) نعتبر المعادلة: $(E)\cdots 1446x-1687y=241$ ذات المجهولين الصّحيحين x و y

أ) بيّن أنّ: $PGCD(1446;1687)=241$ ثمّ حلّ المعادلة (E)

ب) جد الثّنائية $(x_0\,;\,y_0)$ حلّ المعادلة (E) والتي تحقّق: $PPCM(x_0\,;\,y_0)=340$

3) عيّن الأعداد الصّحيحة α التي تحقّق الجملة: $\begin{cases}\alpha\equiv 5[6]\\ \alpha\equiv 6[7]\end{cases}$

4) A و B عددان حيث: $A=7n^2+13n+6$ ، $B=6n^2+11n+5$ مع n عدد طبيعي.

- بيّن أنّ A و B يقبلان القسمة على $n+1$ ثمّ استنتج بدلالة n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+2-2\ln(x+1)$

1) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2x(x+2)}{x+1}$

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها. (لا يُطلب حساب النّهايات)

2) استنتج إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1+2\ln(x+1)}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to -1^{>}} f(x)$

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

جـ) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ)، يطلب تعيين معادلة له.

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$ ، $f''(x)=\dfrac{4\ln(x+1)-4}{(x+1)^3}$

ب) استنتج أنّ للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف، يطلب تعيين إحداثييها.

4) أ) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلّا من (Δ) ، (T) و (C_f)

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $1+2\ln(x+1)=m(x+1)$

5) احسب بـ cm^2 مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=x$ ، $x=0$ و $x=e-1$

انتهى الموضوع الثّاني